

空洞掘削に伴う球状振源からの地山振動発生・伝播解析

西村正夫* 北角 哲** 初山長一**

1. まえがき

トンネルや地下空洞を発破掘削で構築する時、その周辺近傍の地山では切羽崩壊やすべりなどの破壊現象、潜在亀裂の開口や新たな亀裂発生などのゆるみ現象のほかさまざまな地圧現象が誘起される。このため、発破時の衝撃圧による载荷、急速な初期地圧解放による除荷に起因して発破掘削時に発生する動的な地山挙動とその及ぼす施工上の悪影響を評価しておくことが安全で合理的な地山掘削時の設計・施工上重要な要件と考えられる。

トンネル掘削時の動的な地山挙動も考慮した掘削前後の地山エネルギー収支に基づく安定性検討^{1,2)}や急速な地圧解放に伴う散逸エネルギー発生^{3,4)}の最小化に着目した掘削手順評価^{3,4)}を試みてきた。本報では、掘削時の地山振動とその伝播の基本的な性状や地山応答を把握するため、理想化した球状振源による地山振動の発生・伝播の理論解とその図解例から動的挙動について考察する。

2. 地山振動伝播解

発破掘削によるトンネルや地下空洞の施工時や発破振源による弾性波探査時に地山振動が発生し、弾性波が伝播するほか、地山を発破掘削する場合の急速な初期地圧解放によっても地山は振動し、弾性波として伝播している。これら発破に伴う地山への载荷除荷の働きかけについて弾性論から振動・波動伝播が検討されている。Sharpe⁵⁾が球形の発破振源、Heelan⁶⁾が有限長さの円筒形の発破振源について、それぞれ爆圧による弾性波発生とその地山内伝播を検討し、弾性波動解を誘導している。ここではSharpe⁵⁾の理論解をとりあげて考察を加える。

地山は図-1に示すように均質等方弾性の無限媒質とし、その密度を ρ 、弾性定数をラメの定数 λ, μ で表わし、半径 a の球状振源での载荷圧の時間関数を球面に一様な圧力 $p(t)$ が作用するとした場合に発生する地山の振動伝播問題を考える。座標は球状振源の中心を極とする極座標を用いると問題の対称性から動径 r だけで表され、疎密波(P波)のみが地山に発生する。時間は载荷時からの時刻を t とし、地山の疎密波速度を v_p とすると地山内 $r \geq a$ での初動到達時を0とするように変数 $\tau = t - (r - a)/v_p$ で表せば波動伝播解(圧縮応力、極に向

かう変位を正で表示)は変数 (r, τ) で表される。 $\lambda = \mu$ (すなわち、ポアソン比 $\nu = 0.25$)として求められているSharpe⁵⁾の解を一般化して誘導し、球状振源の地山波動伝播解としてまとめ、表-1に示す。初期地圧解放を扱う掘削除荷問題では静水圧的な初期地圧 p_0 と大きさが同じで逆向きの負の载荷関数(掘削相当外力)を球面に与え、球形空洞の急速一括掘削時の地山動的挙動解として得られた変位、ひずみ、応力をまとめ、表-2に示す。 E をヤング率とすると発生する地山振動の周期は $T = 2\pi/\omega = 2\pi a \{(1-\nu^2)\rho/E\}^{1/2}$ と表されることが分かる。

3. 理論解適用例

球状振源から伝播する地山振動の基本的な伝播性状を検討するため、地山内の動的変位および変位速度の波形立上がり性状について理論解を適用して比較する。なお、留意すべきこととして、地山の变位速度波形を伝播速度 v_p で除した波形は、振源から十分遠方では地山の径方向ひずみ波形(符号は逆)に一致することから地山の動的ひずみの性状も分かる。以下の図解例のうち、図-2、3、4、5ではポアソン比 $\nu = 0.25$ (すなわち、 $\kappa = 1/\sqrt{2}$)として算出し、図-6ではポアソン比の及ぼす影響について算出している。まず、瞬時に载荷された最大荷重が種々の除荷速度で抜ける場合について、载荷波形とその地山変位・変位速度の波形を描き、図-2に示す。同図(a)の横軸は経過時間 t に角振動数 ω を乗じて無次元化し、縦軸は载荷関数 $p(t)$ の最大値 p_0 で除して無次元化して表わした。(b)、(c)の横軸は初動到達後の時間 τ に ω を乗じて無次元化し、(b)の縦軸は変位 u を $a p_0/4\mu$ で除して無次元化し、(c)の縦軸は変位速度

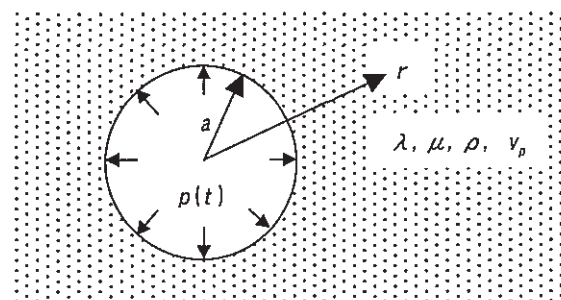


図-1 球状振源の载荷圧

*技術課 **本社情報システム室

表-1 球状振源の地山波動伝播解 (圧縮応力、極に向かう変位を正で表示)

- 3次元弾性地山の運動方程式: $\rho \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\nabla\nabla q - \mu\nabla \times \nabla \times q = (\lambda + 2\mu)\text{grad}(\text{div } q) - \mu \text{rot}(\text{rot } q)$
 ここに, q : 地山変位ベクトル, ρ : 地山の密度, λ, μ : 地山のLameの弾性定数
 なお, 地山の弾性定数をヤング率 E とポアソン比 ν で表わすと, $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$
- 疎密波の変位波動解: $q = \nabla \Phi = \text{grad } \Phi$ ここに, Φ : 地山変位のスカラーポテンシャル (波動関数)
- 疎密波の波動方程式: $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla^2 \Phi$ ここに, v_p : 地山の疎密波速度, $v_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}$
- 極座標で表わした変位ベクトル成分を $q = \{u, v, w\}^T$ とすると, 変位: $u = \frac{\partial \Phi}{\partial r}$, $v = 0$, $w = 0$
- 球状振源内壁 $r=a$ での载荷条件: $[\sigma_r]_{r=a} = \left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial r} + 2\lambda\frac{u}{r} \right]_{r=a} = p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\gamma) e^{in(r-t)} dn d\gamma$
- 地点 r での初動到達後の時間: $\tau = t - \frac{r-a}{v_p}$ ここに, t : 振源での起動開始時からの時間, a : 球状空洞振源半径
- ポテンシャル Φ の一般解: $\Phi = \frac{-a}{2\pi\rho r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ n^2 + \frac{4i\mu v_p}{(\lambda+2\mu)a} n - \frac{4\mu v_p^2}{(\lambda+2\mu)a^2} \right\}^{-1} p(\gamma) e^{in(r-\tau)} dn d\gamma$

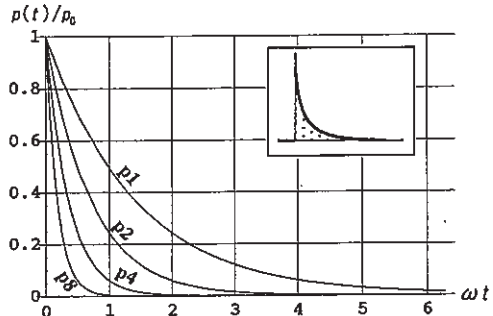
- 球状振源内壁 $r=a$ での载荷圧: $p(t) = \begin{cases} p_0 e^{-\alpha t} & \text{for } t \geq 0 \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases}$ の場合,
 ポテンシャル解: $\Phi = \frac{ap_0/\rho r}{(\kappa\omega - \alpha)^2 + \omega^2} \left[e^{-\alpha\tau} - e^{-\kappa\omega\tau} \left\{ \left(\kappa - \frac{\alpha}{\omega} \right) \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right\} \right]$ for $\tau \geq 0$
 $\Phi = 0$ for $\tau < 0$
 $u = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{ap_0}{4\mu} \cdot \frac{\kappa^2 + 1}{(\kappa - \alpha/\omega)^2 + 1} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \left[-e^{-\alpha\tau} + e^{-\kappa\omega\tau} \left\{ \left(\kappa - \frac{\alpha}{\omega} \right) \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right\} \right]$
 変位解: $+\frac{ap_0}{4\mu} \cdot \frac{2\kappa}{(\kappa - \alpha/\omega)^2 + 1} \left(\frac{a}{r} \right) \left[\frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha\tau} - e^{-\kappa\omega\tau} \left\{ \left(\kappa^2 + 1 - \frac{\alpha\kappa}{\omega} \right) \sin \omega\tau + \frac{\alpha}{\omega} \cos \omega\tau \right\} \right]$ for $\tau \geq 0$
 $u = 0$ for $\tau < 0$
 ここに, 角振動数: $\omega = \frac{2\sqrt{\mu(\lambda+\mu)} v_p}{(\lambda+2\mu)a} = \frac{2\kappa}{1+\kappa^2} \cdot \frac{v_p}{a}$, $\kappa = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda+\mu}} = \sqrt{1-2\nu}$ ($0 \leq \kappa \leq 1$)

- 球状振源内壁 $r=a$ での载荷圧が一樣な径方向荷重 $p(t) = p_0$ (すなわち, $\alpha=0$ の場合) のポテンシャル解:
 $p(t) = \begin{cases} p_0 & \text{for } t \geq 0 \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases}$ の場合, $\Phi = \frac{ap_0}{(1+\kappa^2)\rho r \omega^2} \left[1 - e^{-\kappa\omega\tau} (\kappa \sin \omega\tau + \cos \omega\tau) \right]$ for $\tau \geq 0$
 $\Phi = 0$ for $\tau < 0$
 変位解: $u = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -\frac{ap_0}{4\mu} \left[\left(\frac{a}{r} \right)^2 \left\{ 1 - e^{-\kappa\omega\tau} (\kappa \sin \omega\tau + \cos \omega\tau) \right\} + 2\kappa \left(\frac{a}{r} \right) e^{-\kappa\omega\tau} \sin \omega\tau \right]$ for $\tau \geq 0$
 $u = 0$ for $\tau < 0$

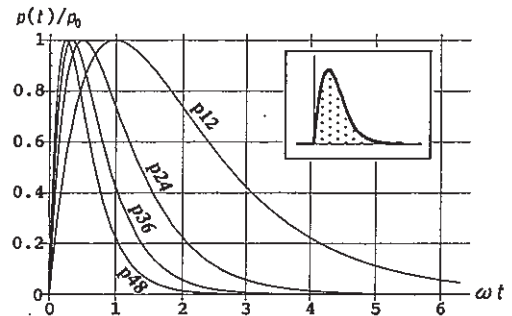
- 任意の载荷関数の場合には, 次の Duhamel 積分: $U(\tau) = \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau p(n) u(\tau-n) dn$ で動的変位解が求められる
 ここに, $U(\tau)$: 任意の载荷関数 $p(t)$ で生じる動的変位解, $u(\tau)$: 単位関数の载荷圧 $p_0=1$ で生じる動的変位解

表-2 球形空洞の急速一括掘削時の地山動的挙動解 (圧縮応力、空洞への押し出し変位を正で表示)

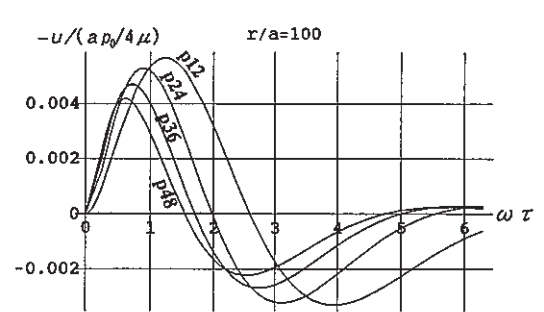
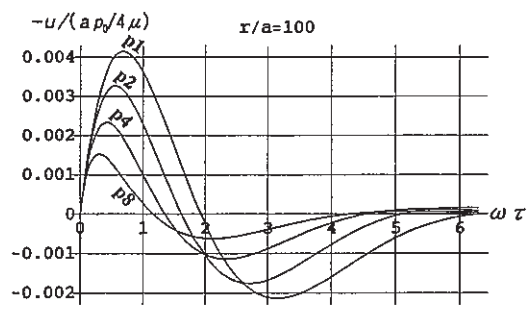
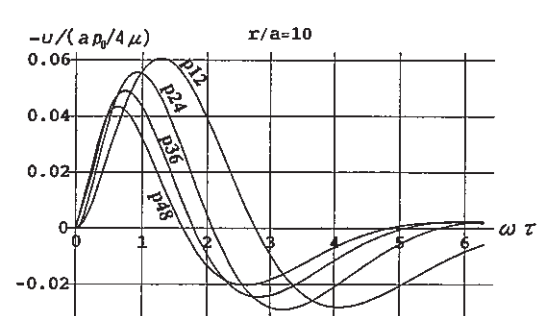
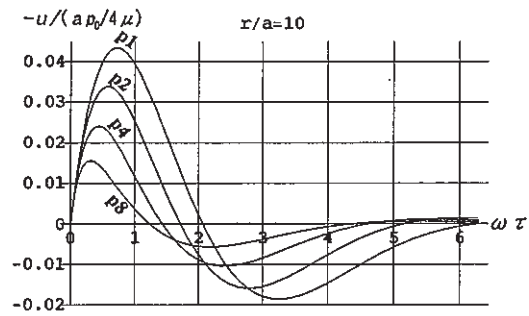
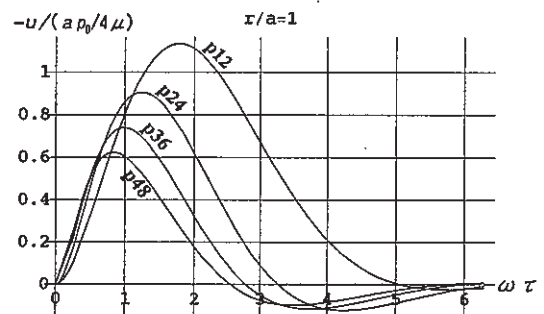
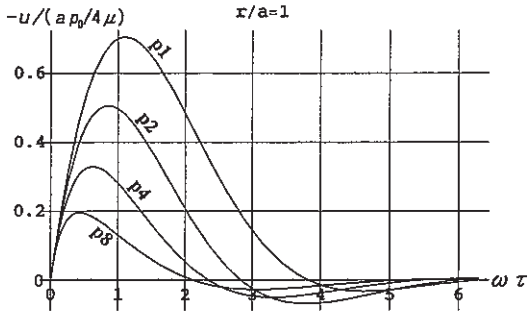
<p>・空洞壁面 $r=a$ (a: 球形空洞の半径)での掘削相当外力: $p(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ -p_0 & \text{for } t \geq 0 \end{cases}$</p> <p>・地山弾性波速度比: $\left(\frac{v_p}{v_s}\right)^2 = \frac{\kappa^2 + 1}{\kappa^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} = 2 + \frac{2\nu}{1-2\nu}$ ここに, v_p: 疎密波速度, v_s: せん断波速度</p> <p>・発生する波動の角振動数: $\omega = \frac{2\kappa}{1+\kappa^2} \cdot \frac{v_p}{a} = \frac{2\sqrt{\mu(\lambda+\mu)}}{\lambda+2\mu} \cdot \frac{v_p}{a} = \frac{\sqrt{1-2\nu}}{1-\nu} \cdot \frac{v_p}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}}$, ρ: 地山の密度</p>
<p>・地山変位のスカラーポテンシャル (波動関数): $\Phi = \frac{a^2 p_0}{4\mu} \left(\frac{a}{r}\right) \{-1 + F_1(\tau)\}$ for $\tau \geq 0$</p>
<p>・地山の径方向変位 (掘削による変化分と掘削前の初期状態):</p> $u = \frac{ap_0}{4\mu} \left[\left(\frac{a}{r}\right)^2 \{1 - F_1(\tau)\} + \left(\frac{a}{r}\right) F_2(\tau) \right] \rightarrow \frac{ap_0}{4\mu} \left(\frac{a}{r}\right)^2 \quad (t \rightarrow \infty)$ $u_0 = r \cdot \varepsilon_{t0} = \frac{p_0}{5\mu} \cdot r$
<p>・地山ひずみ (掘削による変化分と掘削前の初期状態):</p> <p><周方向ひずみ成分> $\varepsilon_t = \frac{u}{r} = \frac{p_0}{4\mu} \left[\left(\frac{a}{r}\right)^3 \{1 - F_1(\tau)\} + \left(\frac{a}{r}\right)^2 F_2(\tau) \right] \rightarrow \frac{p_0}{4\mu} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \quad (t \rightarrow \infty)$</p> <p><径方向ひずみ成分> $\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{p_0}{2\mu} \left[-\left(\frac{a}{r}\right)^3 \{1 - F_1(\tau)\} - \left(\frac{a}{r}\right)^2 F_2(\tau) + \left(\frac{a}{r}\right) F_3(\tau) \right] \rightarrow -\frac{p_0}{2\mu} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \quad (t \rightarrow \infty)$</p> $\varepsilon_0 = \varepsilon_{t0} = \varepsilon_{r0} = \frac{p_0}{5\mu}$
<p>・地山の体積ひずみ (掘削による変化分と掘削前の初期状態):</p> $\varepsilon_{vol} = 2\varepsilon_t + \varepsilon_r = \frac{p_0}{2\mu} \left(\frac{a}{r}\right) F_3(\tau) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty)$ $\varepsilon_{vol0} = 2\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{r0} = \frac{3p_0}{5\mu}$
<p>・地山応力 (掘削による変化分と掘削前の初期状態):</p> <p><周方向応力成分></p> $\sigma_t = 2\mu \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{vol} = \frac{p_0}{2} \left[\left(\frac{a}{r}\right)^3 \{1 - F_1(\tau)\} + \left(\frac{a}{r}\right)^2 F_2(\tau) + \frac{1-\kappa^2}{\kappa^2} \left(\frac{a}{r}\right) F_3(\tau) \right] \rightarrow \frac{p_0}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \quad (t \rightarrow \infty)$ <p><径方向応力成分></p> $\sigma_r = 2\mu \varepsilon_r + \lambda \varepsilon_{vol} = p_0 \left[-\left(\frac{a}{r}\right)^3 \{1 - F_1(\tau)\} - \left(\frac{a}{r}\right)^2 F_2(\tau) + \frac{1+\kappa^2}{2\kappa^2} \left(\frac{a}{r}\right) F_3(\tau) \right] \rightarrow -p_0 \left(\frac{a}{r}\right)^3 \quad (t \rightarrow \infty)$ $\sigma_0 = \sigma_{t0} = \sigma_{r0} = p_0$
<p>なお, $\kappa = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda+\mu}} = \sqrt{1-2\nu}$, ($0 \leq \kappa \leq 1$) ここに, λ, μ: 地山の Lamé の弾性定数, ν: 地山のポアソン比</p> <p>$F_1(\tau) = \exp(-\kappa \omega \tau) \cdot (\kappa \sin \omega \tau + \cos \omega \tau)$</p> <p>$F_2(\tau) = 2\kappa \exp(-\kappa \omega \tau) \cdot \sin \omega \tau$ ここに, 地点 r での初動到達後の時間: $\tau = t - \frac{r-a}{v_p}$</p> <p>$F_3(\tau) = \frac{2\kappa^2}{1+\kappa^2} \exp(-\kappa \omega \tau) \cdot (\kappa \sin \omega \tau - \cos \omega \tau)$</p>



(a) 球状振源の載荷波形

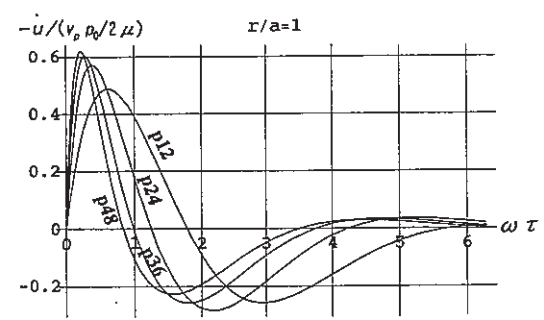
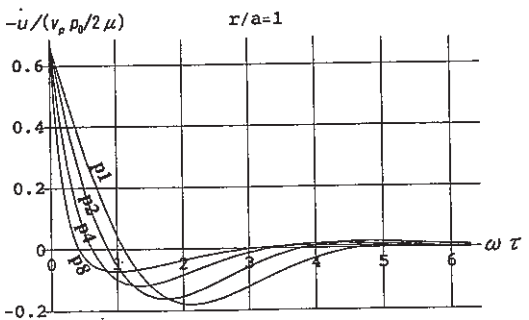


(a) 球状振源の載荷波形



(b) 地山 $r/a = 1, 10, 100$ での立上がり変位波形

(b) 地山 $r/a = 1, 10, 100$ での立上がり変位波形

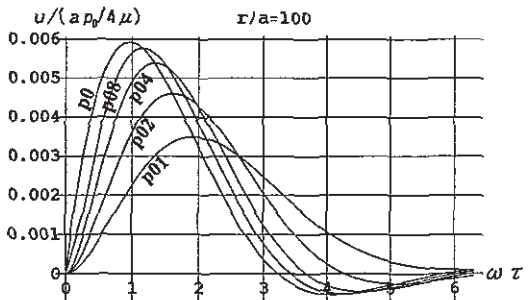
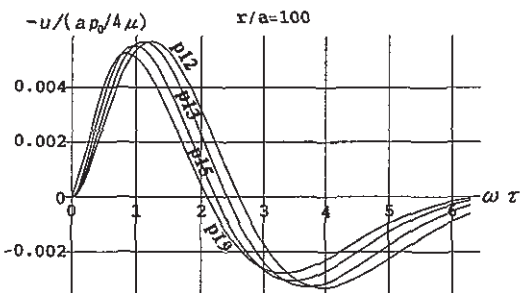
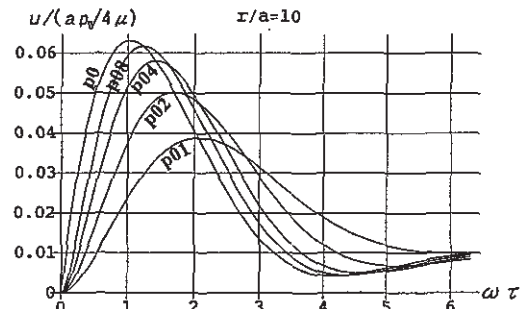
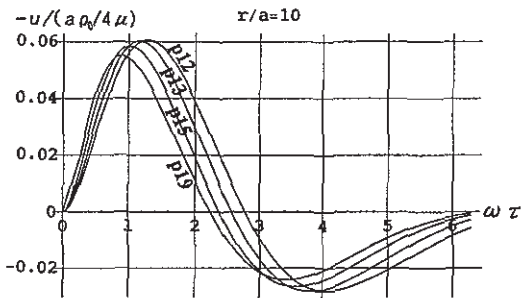
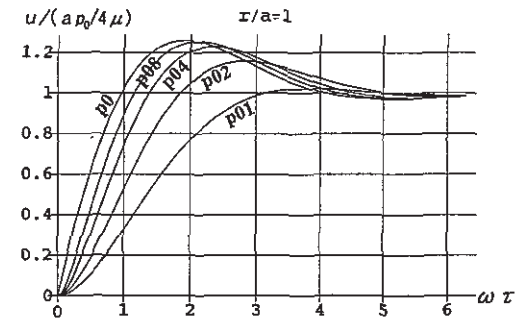
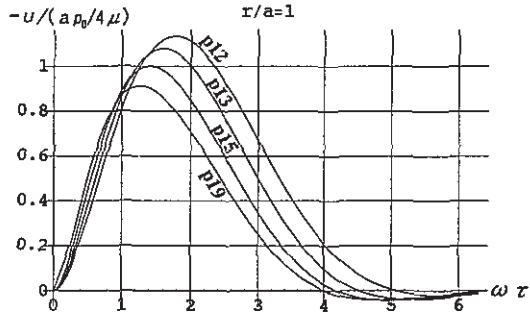
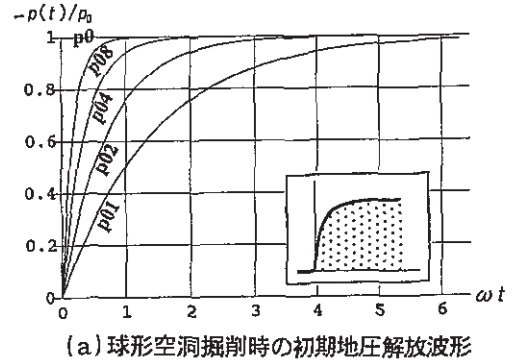
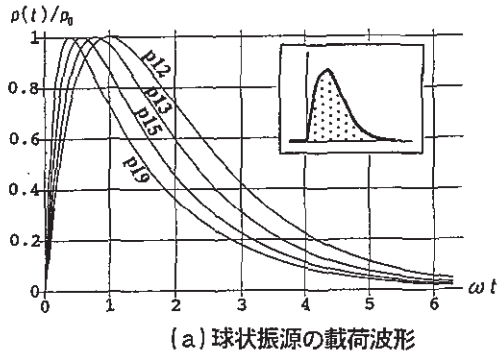


(c) 地山 $r/a = 1$ での立上がり変位速度波形

(c) 地山 $r/a = 1$ での立上がり変位速度波形

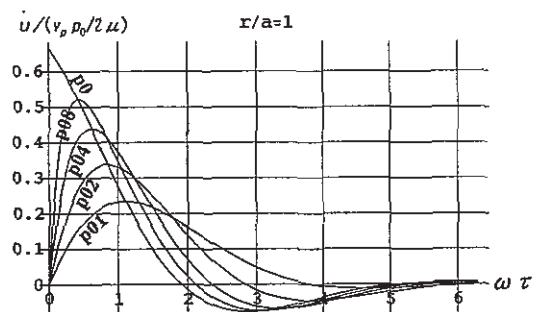
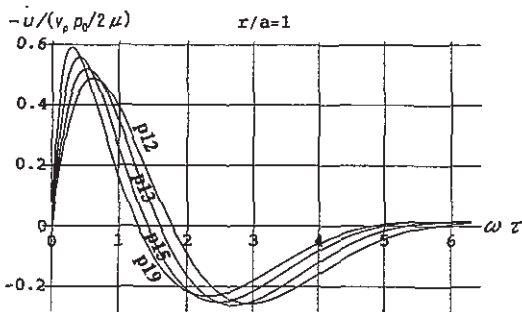
図-2 除荷波形の時間軸方向圧縮

図-3 載・除荷波形の時間軸方向圧縮



(b) 地山 $r/a = 1, 10, 100$ での立上がり変位波形

(b) 地山 $r/a = 1, 10, 100$ での立上がり変位波形



(c) 地山 $r/a = 1$ での立上がり変位速度波形

(c) 地山 $r/a = 1$ での立上がり変位速度波形

図-4 载荷波形のピーク位置移動

図-5 掘削除荷(地圧解放)波形の時間軸方向圧縮

du/dt を $v_p \rho_0 / 2 \mu$ で除して無次元化して表わした。なお、 μ はせん断弾性係数であり、図化範囲は 2π [rad.] とし、以下同様にして図化している。図-2から、2、4、8倍の速さで除荷されると地山に与える力積(運動量)が小さくなることから、変位波形の振幅は順次小さくなり、その初動の見掛け周期は短くなる事が分かる。図-3には載荷時間幅が異なる同一波形、すなわち時間軸方向に1/2、1/3、1/4と圧縮した載荷波形の場合について、その地山変位・変位速度の波形の比較例を示す。同図から、載荷時間幅を短くしていくと、変位波形の振幅は順次やや小さくなり、その初動の見掛け周期は短くなる事が分かる。図-4には振源載荷波形のピーク位置のみを前へ移動させた場合の比較例を示す。載荷波形のピークが早くなるとともに、変位波形の振幅はあまり変わらず、その初動の見掛け周期が短くなる事が分かる。さらにピーク位置を0にすると図-2の載荷波形 p1 波になる。

次に、掘削除荷問題での最終的な静的平衡状態に至るまでの地圧解放過程へ応用してみる。地山掘削に伴って、瞬時に初期地圧が解放される場合から徐々に解放されていく場合について比較した例を図-5に示す。地圧解放の速さが遅くなるとともに、その変位波形の振幅は小さくなり最終的な静的変位に早く収束する。またその初動の見掛け周期は長くなる事が分かる。このような地山応答結果を考慮して、観測された変位・速度・加速度波形から振源の載荷波形を推定する場合に応用できよう。

球形空洞を一括して発破掘削すると地圧が急速除荷され、地山振動が発生する。この場合の地山ポアソン比 ν の及ぼす影響を調べるため、空洞壁面 $r=a$ での動的変位波形を描き図-6に示す。 ν が 0 ($\kappa=1$) から大きくなり 0.5 ($\kappa=0$) に近付くと、変位波形の振幅は次第に大きくなり、最終的な静的変位の大きさと同じ大きさの振幅に近付いていく。また、 ν が大きいほど幾何減衰は小さくなり、より遠方まで伝播する事が分かる。

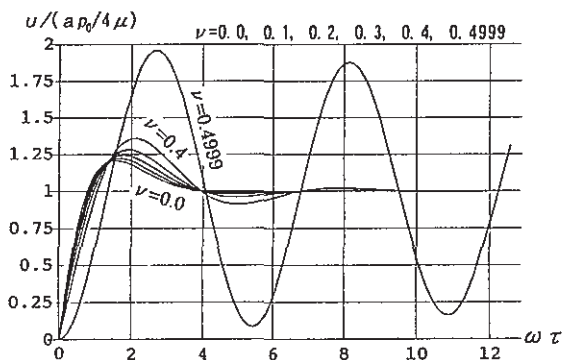


図-6 ポアソン比の相違による掘削壁面の動的変位

4. まとめ

球状振源での理論解とその図解例から得られた知見をまとめて列挙する。

- i. 振源での載荷波形の相違による地山の変位・速度の波形性状変化が理論式と図解から容易に把握できる
- ii. 発破による載荷や空洞掘削による除荷によって発生する地山振動の角振動数 ω は振源半径または空洞半径 a に反比例すること、また、地山のヤング率 E 、ポアソン比 ν 、密度 ρ (あるいはP波、S波伝播速度 v_p, v_s) が関与して、 $\omega^2 = E / [(1-\nu^2) \rho a^2] = 4 [(1-\nu_s/v_p)^2] v_s^2 / a^2$ と表されること、その他地山内への波動伝播状況やその急激な減衰状況が分かった
- iii. 地山振動は急激に減衰するとともに地山内へ放射状に伝播して距離とともに幾何減衰する状況が図化して把握でき、掘削問題では急速除荷によって空洞周辺では壁面に近いほど地山振動や応力変動の発生がより大きいことが分かり、地山振動は掘削面近傍の地山損傷を引起こす可能性を示唆している
- iv. 地山ポアソン比が大きいほど地山振動は大きくなるとともに幾何減衰も小さくなり遠方まで伝播する事が分かったが、このような地山での装薬量は逆により少なくても考慮しておく必要がある

5. あとがき

球状振源モデルとした載荷波形から地山振動伝播の変位波形の相違を簡便に算出図化して比較できることから、トンネルや地下空洞の施工時において、掘削発破の削孔配置パターン・装薬量の最適化や、時差爆薬の効果的な時間差の分析への足がかりとしたい。また、地山掘削時における初期地圧解放による散逸エネルギー発生最小化の視点で安定性評価をして高地圧下での地圧制御や山はね現象の対策、いなし工法などの解明に結び付けたい。

【参考文献】

- 1) 西村正夫、蛭子清二、浅野 剛：「トンネル掘削時の地山エネルギー解析と評価」、奥村組技術研究年報、No.23, pp.31-36, 1997.
- 2) 西村正夫、蛭子清二、浅野 剛、斎藤敏明：「トンネル掘削時の地山エネルギー収支の解析」、第10回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp.461-466, 1998.1.
- 3) 西村正夫、増井 仁：「トンネル掘削時の散逸エネルギー解析」、土木学会第53回年次学術講演会講演概要集、III-B81, pp.162-163, 1998.10.
- 4) 西村正夫、増井 仁、北角 哲、斎藤敏明：「トンネル掘削解析の散逸エネルギー評価」、土木学会第30回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集、pp.1-7, 2000.1.
- 5) Sharpe, J. A. : "The Production of Elastic Waves by Explosion Pressures. Part 1 Theory and Empirical Field Observations", *Geophysics*, Vol.7, pp.144-154, 1942.
- 6) Heelan, P. A. : "Radiation from a Cylindrical Source of Finite Length", *Geophysics*, Vol.18, pp.685-696, 1953.