

地盤のせん断破壊に関する非線形解析

Non-Linear Numerical Analyses of Shear Failure of Grounds

外木場康将* 森田修二* 増井 仁**

要 旨

本論文では、掘削による地盤の初期挙動から崩壊まで評価できる弾塑性有限変形解析手法について、土質模型実験結果との比較からその有効性を検証する。実験・解析とも平面ひずみ条件下で実施し、先受ルーフ工法による地盤掘削を対象とした。ここで扱う有限変形解析の特長として、地盤の限界荷重解析に適している 1 点積分の 4 節点 1 次要素の使用、構成式は地盤のひずみ硬化・軟化およびせん断帯の影響の考慮、非線形解析には implicit-explicit 混合型の動的緩和法の採用が挙げられる。

解析結果は地盤の崩壊過程、ルーフの変形状態に関して実験結果を再現できており、本手法は掘削に対する地盤の挙動予測や解釈に有効な手法であることを確認した。

キーワード：ひずみ硬化・軟化弾塑性モデル、有限変形解析、動的緩和法

1. まえがき

地中構造物の大規模化や WTO/TBT 協定による技術基準の国際規格の遵守に伴い、地盤にも性能設計が求められている。これまでの設計の多くは、地盤材料を線形弾性体と仮定して応力あるいは変形解析を行い、一方で等方・剛・完全塑性体と単純化して古典的安定解析を行っている。しかし、実際の地盤材料（特に、密な砂や過圧密粘土）は、ピーク強度発揮後ひずみがせん断層に局所化し応力が低下するひずみ軟化現象を示す。このため、斜面安定、土圧、支持力問題等では、すべり面上でピーク強度が同時に発揮されないため、すべり面は一気に形成されない。従来の変形と構造全体の安定性を分離した設計手法では、この進行性破壊は表現できない。そこで、性能設計を実用化するために、地盤の初期変形から崩壊に至るまで連続的に追従する解析手法の確立が望まれている。

これまでにこれらの解析手法に関する研究が幾つかなされている。Siddiquee ら¹⁾は弾塑性有限要素法を用いてフーチングの支持力問題における進行性せん断破壊を表現している。また、田中、阿部²⁾は斜面の崩壊モードを弾塑性有限要素法で解析している。そこで、本論文では、トンネルやシールドに代表される土中の水平方向掘削に着目し、初期変形から崩壊までを表現できる解析手法の確立を目指す。解析手法は田中³⁾が開発したフーチング問題に対して安定的に解が得られる弾塑性有限要素解析モデルを有限変形解析 (Total Lagrange) 手法に拡張し、微小変形理論では表現が難しい地盤破壊時の急激な変化について解析の有効性を検証した。

解析手法の有効性の検証は、土質模型実験結果との比較により実施する。解析および実験の対象工法として、先受ルーフ工法 (図-1) に着目する。本工法は地盤に先受させたルーフにより荷重を仮受して、地盤の掘削 (応力開放) に対し切羽安定・地表面沈下抑制を図る。これにより、鉄道や道路を供用したまま、その直下にボックスカルバートを構築することができる。本工法を実際に適用するに際し、周辺地盤の影響を最小にする適切なルーフの先受長を決める必要がある。図-2 (a) に示すように、先受長が小さいと地盤の支持力が不十分になり、地盤掘削時に地盤やルーフに大きな変形が生じ、最後には地盤の破壊が予想される。一方、図-2 (b) で

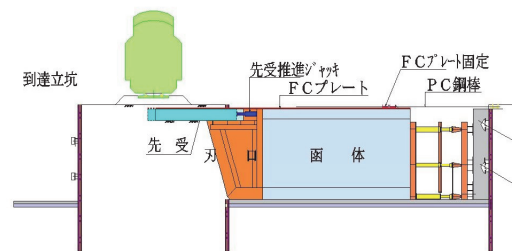
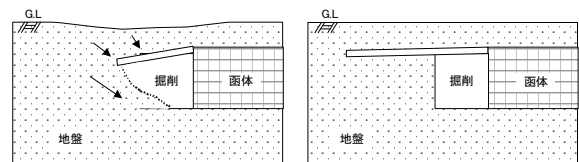


図-1 先受ルーフ工法概要図



(a) : 短い先受長
⇒ 地盤支持力が不足
ルーフの変形・地盤の崩壊
(b) : 適切な先受長
⇒ ルーフ・地盤の保持

図-2 先受長の違いによる地盤変状の差

*技術本部東京土木技術部 **技術研究所

は、先受長が十分なため、地盤への影響が抑制できる。

2. 土質模型実験

2.1 土質模型実験の概要

模型実験概要図を図-3、実験装置を図-4、写真-1に示す。実験装置は、規模として実際の施工に比べ1/30程度を想定しており、幅1.6m、奥行き0.4m、高さ1.3mであり、土被りは25mmでトンネル高さは175mmである。また、外側に補強鉄板を配し奥行き方向への変位を拘束することにより、平面ひずみ条件を確保する。実験の土質材料には含水比5%の豊浦砂を使用する。この土質材料は、過去に実験例^{2),4)}が数多くあり、土層の自立がある程度の高さまで可能である。さらに、土層が崩壊するとき、せん断面の発生機構が比較的観察しやすいという特徴がある。土層は事前の予備実験をもとに平均相対密度が60%になるような締固め回数と巻き出し厚を決定し、1層の厚さが25mmになるように作成する。なお、層毎に破壊モードを確認するための黒砂を敷き均す。実験に使用する豊浦砂の物性値を表-1に示す。先受ルーフにはアルミニウム板(厚さ0.5mm)を使用する。上載荷重は路線荷重を想定し、等分布荷重を与えるために鉛の散弾を土層の上に均一(4.14 kN/m²)に敷設した。地盤掘削に相当する応力開放は函体をモデル化した箱を引抜くことにより模擬した。

以下に実験の手順を示す。

- ① 試料を準備、箱天端まで土層を均一に敷設
- ② アルミ板設置後、土層を地表面まで均一に敷設
- ③ 鉛の散弾を地表面に均一に設置
- ④ 塩ビの箱を引抜くことにより応力開放を模擬
- ⑤ 地表面沈下ならびに土層の破壊モードを測定

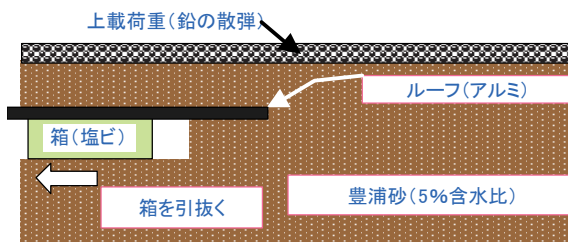


図-3 土質模型実験概要図

表-1 豊浦砂の物性値

項目	単位	
最大粒径	(mm)	0.425
均等係数U _c		1.460
曲率係数U _c '		0.960
土粒子の密度ρ	(g/cm ³)	2.656
最小乾燥密度ρ _{dmin}	(g/cm ³)	1.334
最大乾燥密度ρ _{dmax}	(g/cm ³)	1.647

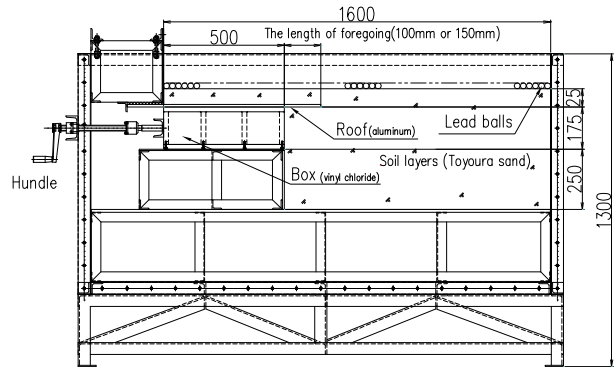


図-4 実験装置断面図

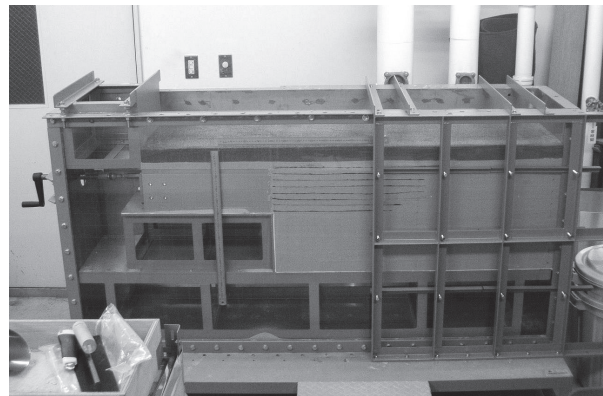
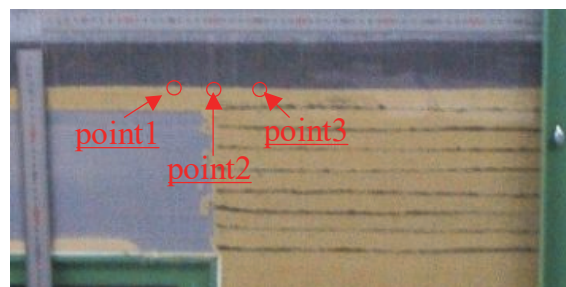


写真-1 実験装置全景

なお、地盤の支持力、ルーフの地盤支持機構を検証するために実験ではルーフ(アルミ板)の土層への先受長を変化させる。Case1:10cm、Case2:15cmの2ケースを想定し実験を実施する。

2.2 実験結果

掘削距離(箱の引抜き長さ)と地表面沈下量について検討を行う。写真-2に示すポイント(point1、point2、point3)の掘削距離と沈下量について、図-5にCase1(ルーフ先受長10cm)の結果、図-6にCase2(先受長15cm)の結果を示す。なお、実験は土層が崩壊して、上載荷重の散弾が土層崩壊箇所流れ込み始め、上載荷重が均一でなくなったときを実験終了としている。



- point1: 引抜き開始箇所から5cm箱側
- point2: 引抜き開始箇所直上
- point3: 引抜き開始箇所から5cm土層側

写真-2 測定箇所位置図

図-5、図-6の比較からルーフの先受長が短いと、地盤の変形が急激に進行することが確認できる。さらに、崩壊までの箱の引抜き長さ（応力開放）が小さいこともわかる。これらの現象は、ルーフの地盤への先受長が短いため、地盤の支持力を十分に受けることができないからと考えられる。

次に、両ケースの土層の破壊モードを示す。写真-3(a)に Case1 における地盤崩壊前（引抜き距離 60mm）の土層の様子、写真-3(b)に地盤崩壊時（引抜き距離 67.5mm）の土層の様子を示す。一方、写真-4(a)に Case2 における地盤崩壊前（引抜き距離 128mm）の土層の様子、写真-4(b)に地盤崩壊時（引抜き距離 150mm）の土層の様子を示す。なお、写真中の点線はせん断帯を示しており、実線はルーフの位置を示している。これらの写真から、Case1、Case2 の両ケースにおいても、ルーフの先端と切羽足元へせん断帯が発生していることがわかる。しかし、Case2 では、ルーフの先端にせん断帯が確認（写真-4(a)）されてから、20mm 程度箱を引抜いて土層が崩壊した（写真-4(b)）のに対し、Case1 ではルーフの先端のせん断帯の発生が確認されたと同時に土層が崩壊（写真-3(b)）した。これらの現象より、破壊モードの特徴として、以下の3点が挙げられる。

- i. せん断帯がルーフの先端に発生している
- ii. せん断帯発生後ルーフの先端と切羽足元へせん断帯が進行している
- iii. ルーフの先受長の違いによる破壊モード（ルーフ

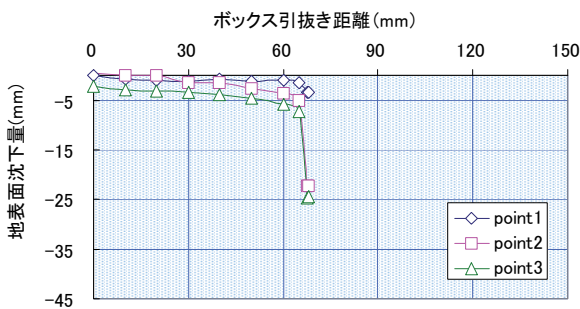


図-5 掘削距離と地表面沈下 (Case1)

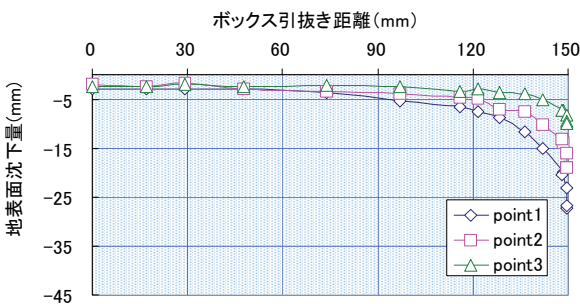


図-6 掘削距離と地表面沈下 (Case2)

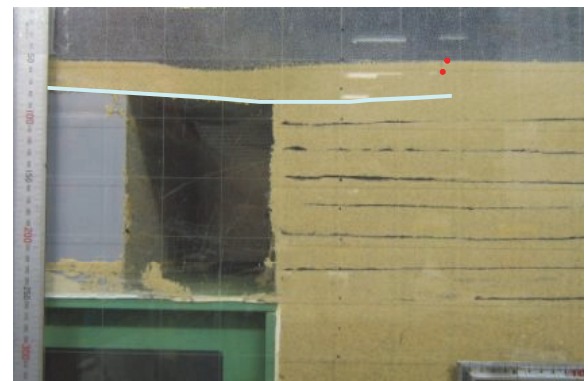


(a) 地盤崩壊前の土層 (引抜き距離 60mm)

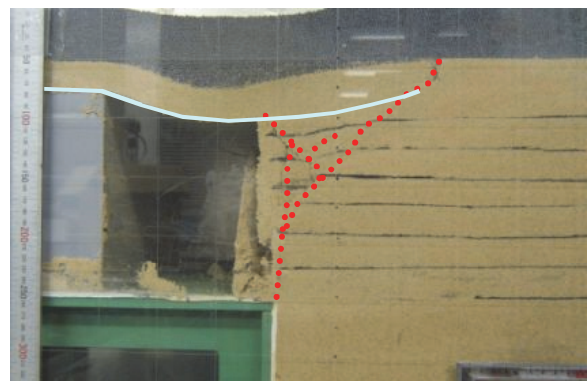


(b) 地盤崩壊時の土層 (引抜き距離 67.5mm)

写真-3 地盤変形とせん断帯 (Case1)



(a) 地盤崩壊前の土層 (引抜き距離 128mm)



(b) 地盤崩壊時の土層 (引抜き距離 150mm)

写真-4 地盤変形とせん断帯 (Case2)

の先端と切羽へのせん断帯の発生)の差異はほとんど無いが、せん断帯が発生してから崩壊までの進行速度に差異が生じている

3. 数値解析

3.1 弾塑性有限変形解析の概要

本報文ではフーチングの支持力問題に安定した解が得られる数値解析モデルを拡張して、弾塑性有限変形解析を実施する。通常の有限要素解析では式(1)に示す微小変形ひずみを用いているのに対し、有限変形解析では式(2)に示す高次項まで考慮したひずみを採用する。なお、有限変形解析の定式化は、変形前の座標系状態を基準とする Total Lagrange 法の定式化を使用する。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{a}_i}{\hat{\alpha}_j} + \frac{\hat{a}_j}{\hat{\alpha}_i} \right) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{a}_i}{\hat{\alpha}_j} + \frac{\hat{a}_j}{\hat{\alpha}_i} + \frac{\hat{a}_k}{\hat{\alpha}_i} \frac{\hat{a}_k}{\hat{\alpha}_j} \right) \quad (2)$$

ここに、 ε_{ij} : ひずみ、 u_i : 変位、 x_i : 座標軸

本解析手法の特徴として、①有限要素、②構成則、③非線形の解法の3つが挙げられる。以下にその特徴を記載する。

a. 有限要素

有限要素は地盤・ルーフ部に4節点1次の1点積分のアイソパラメトリック要素を用いる。この要素は限界荷重解析に適合する要素であるが、境界条件によっては hourglass モードが発生し解が得られないこともある。しかし、本解析手法では後述する非線形解法の一つである動的緩和法を組み合わせることにより、要素分割と境界条件によらず hourglass モードの発生を抑え、良い効率で解を得ることができる。

b. ひずみ硬化・軟化を有する構成則

本解析手法の構成式については、破壊基準と塑性ポテンシャルは平面ひずみ、非関連流れ則を仮定し、MC-DP混合型のモデルを用いた。MC-DP型モデルは、降伏関数には実験結果を比較的良く表現しうる Mohr-Coulomb 型モデルを、塑性ポテンシャルには π 平面上に特異点を持たない Drucker-Prager 型モデルを適用している。さらに、ひずみ硬化・軟化、せん断帯、異方性の影響を考慮した。これらの構成式を使用した数値計算は、Siddiquee ら¹⁾や田中、阿部²⁾以外にもいくつか報告されている^{5),6)}。

本解析手法はせん断帯を考慮した応力-ひずみ関係を適用する。せん断帯はある程度の一定の幅をもって生じ、このせん断帯幅は材料の平均粒径の約 20 倍である⁷⁾。この「せん断帯内での応力-せん断変形関係が粒径のみに依存する」という現象により、試料の寸法によって応力-ひずみ関係が大きく異なるスケール効果が生じる。

数値解析ではせん断帯の生じた有限要素がその大きさに応じて応力-ひずみ関係が調節されるようになっていなければならない。そこで、本解析手法はせん断帯の形成を考慮した構成関係について以下のような定式化を行った(式(3)、(4))。弾塑性問題では全ひずみ増分は弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和で表される。本解析手法ではせん断帯の効果を考慮するため、要素面積に対するせん断帯面積の面積率の近似パラメータ s を塑性ひずみ増分に乗じることで表現する。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + s \cdot d\varepsilon_{ij}^p \quad (3)$$

$$s = \frac{F_b}{F_e} \cong \frac{w}{l} \quad (4)$$

ここに、 $d\varepsilon_{ij}^e$: 弾性ひずみ増分、 $d\varepsilon_{ij}^p$: 塑性ひずみ増分、 s : 要素に対するせん断帯の面積比、 F_b : せん断帯面積、 F_e : 要素面積、 w : せん断帯幅、

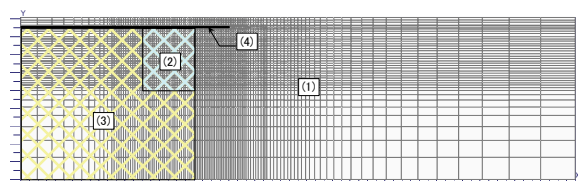
l : 要素長さ

c. 非線形の解法

本解析手法では、非線形の解法に explicit 型の動的緩和法と implicit 型の動的緩和法を混合した解法を採用し、弾塑性問題にはリターンマッピング法を用いた。本解法は、剛性の大きく異なる構造物を同時に解析する場合に有効である。地盤などの弾塑性材料に explicit 型を、アルミ板などの弾性材料に implicit 型を適用した。また、この手法は剛性マトリックスを弾性体に限定して計算をするため他の手法に比べ、収束が速く精度の良い解を与える特徴を有する。

3.2 計算諸条件

図-7 に計算メッシュ図(要素数 4773、節点数 4930)を示す。掘削相当箇所周辺の土層のメッシュサイズは1辺 5.0mm である。数値計算も実験と同様に平面ひ



(1) : 地盤、(2) : 掘削要素・・・explicit 型要素
(3) : 土台・函体、(4) ルーフ・・・implicit 型要素

図-7 計算メッシュ図

表-2 地盤の物性値

項目	単位	
平均相対密度	(%)	60
ポアソン比		0.3
ピーク内部摩擦角	(deg)	51
残留内部摩擦角	(deg)	34
湿潤単位体積重量	(kN/m ³)	15
せん断帯幅	(mm)	3
粘着力	(kN/m ²)	0.98

表-3 弾性体の物性値

項目	単位	土台・函体	アルミ板
ヤング係数	(kN/m ²)	2.5×10 ⁷	7.1×10 ⁷
ポアソン比		0.2	0.2
せん断弾性係数	(kN/m ²)	1.04×10 ⁷	2.96×10 ⁷
単位体積重量	(kN/m ³)	24.5	27.5

ずみ条件する。ルーフについても平面ひずみ要素を使用し、ルーフの変状を適切に表現するため4層から構成した。計算に使用した地盤の物性値を表-2、その他の物性値を表-3に示す。地盤の物性値は、Tatsuokaら^{8),9)}の豊浦砂に関する要素試験の結果を参照した。また、粘着力に関しては田中、阿部²⁾の同定解析結果から得られた値を使用した。

境界条件は、底面は水平・鉛直方向を固定し、側面は水平方向のみ固定する。

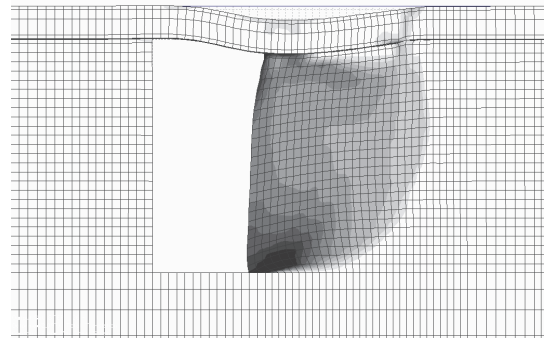
収束判定には荷重ノルム 0.001 を用い、荷重1増分あたり、最大 100,000 回の繰返し計算を行った。

なお、有限変形解析の適用性を検討するため、Case1 を対象に同条件で微小変形理論（有限要素解析）を用いた計算も行い、結果を比較した。

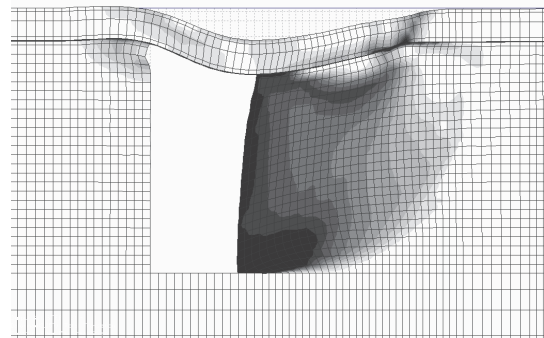
3.3 解析結果と実験結果の比較

図-8 に Case1 における最大せん断ひずみ分布と変形モード、図-9 に Case2 における最大せん断ひずみ分布と変形モードを示す。(a)が地盤崩壊前、(b)が地盤崩壊直後となっている。同図よりどちらのケースにおいても、最大せん断ひずみがルーフの先端と切羽部に集中していることがわかる。また、せん断ひずみが応力開放とともに切羽脚部からルーフ先端に進展しており、計算結果は実験結果を比較的良好に再現しているといえる。しかし、実験と比較して、解析結果のひずみ分布が広範囲にわたっていることがわかる。これは、実験の壁面（亚克力板）と土層の間に摩擦が生じているため、実験での土層の崩壊範囲が小さくなり沈下量に若干の差異が生じたと考えられる。

次に、有限変形解析の適用性について検討する。図-10 に Case1 における地盤崩壊直後の先受ルーフの変状について、実験結果ならびに解析結果を示す。さらに、微小変形理論（有限要素解析）で計算した結果もあわせて示す。実験・解析とも、ルーフは引抜き開始箇所周辺で大きく沈下していることがわかる。さらに、同図の矢印から、実験では、ルーフの沈下にともない水平方向への移動も生じている。これは、ルーフは高剛性でありルーフ自体の伸びはほとんどなく、ルーフが沈下した分だけ水平移動が生じるためと考えられる。微小変形理論の計算では、このルーフの水平方向の挙動が表現できず、鉛直の変位のみ大きくなっている。一方、有限変形解析では、水平方向の移動についてある程度は表現できてい



(a) 地盤崩壊前の土層（引抜き距離 60mm）



(b) 地盤崩壊時の土層（引抜き距離 67.5mm）

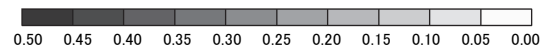
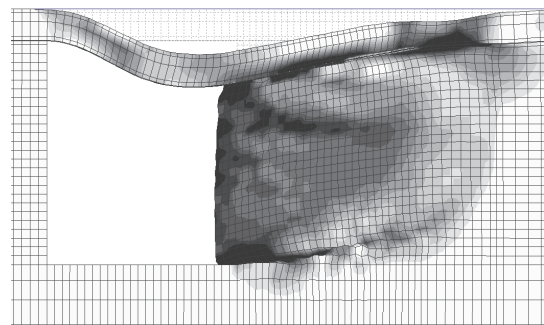
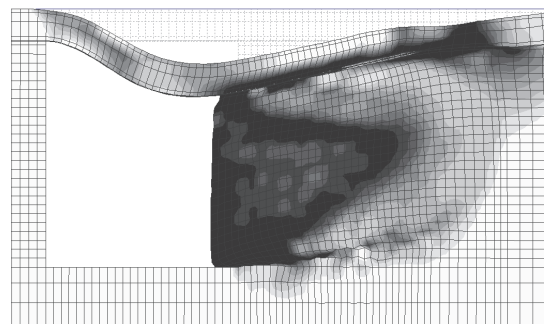


図-8 最大せん断ひずみ分布 (Case1)



(a) 地盤崩壊前の土層（引抜き距離 128mm）



(b) 地盤崩壊時の土層（引抜き距離 150mm）

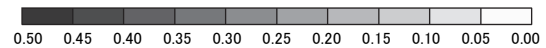


図-9 最大せん断ひずみ分布 (Case2)

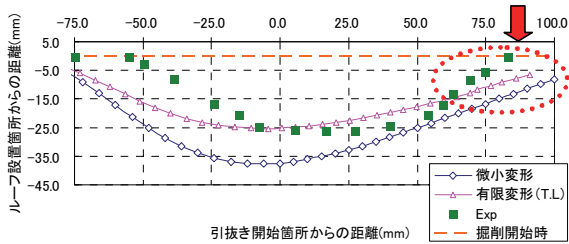


図-10 地盤崩壊時のルーフの変状状況 (Case1)

る。しかし、有限変形解析においても、詳細な点において実験結果と差異が生じている。原因の一つとして、ルーフを構成する要素及びルーフと地盤とのインターフェイスの特性が考えられる。具体的な対応としては、ルーフを構成する平面ひずみ要素の層数の再検討、各要素への2次要素の適用、インターフェイス要素の摩擦低減の再検討等が挙げられる。

以上の結果から、ルーフの変形に多少の違いはあるが、最大せん断ひずみの分布等から、本解析手法が先受ルーフ工法の地盤挙動解析に有効な手法であるといえる。

4. あとがき

本研究では、地盤の初期変形から崩壊に到るまで連続的に追従可能な解析手法の確立を目的に、土質模型実験と数値解析を実施した。研究の対象として、土中の水平方向掘削に着目し、その中の工法の一つである先受ルーフ工法を採用した。

実験結果から、以下のことが確認できた。

- i. ルーフ先端と切羽脚部からせん断帯が進行する
- ii. ルーフの先受長の差異により、切羽崩壊時の函体引抜き長に違いが生じる
- iii. 土層の破壊モードには先受長の違いは影響を及ぼさない

次に、解析結果と実験結果の比較から以下のことがわかった。

- i. 解析結果の最大せん断ひずみの分布は、実験のせん断帯の発生機構をある程度模擬できている
- ii. 同条件での微小変形理論を適用した計算結果よりも有限変形解析の結果が実験でのルーフの変状の再現性が良好である

以上より、本解析手法は、地盤挙動の予測と解釈に有効な手法であるといえる。しかし、ルーフの変形に関して若干の差異がある。これに関しては今後、実験および解析精度の向上を図り検討を重ねたい。また、次の段階として、スケール効果を考慮した実験・解析、3次元効

果を考慮した実験・解析を行う予定である。

本研究は、農水省・官民連携新技術研究開発事業の「大規模地中構造物の挙動解明手法の開発」(平成18年度～20年度)の一旦を担うものである。研究を遂行するにあたり、共同研究者の(独)農村工学研究所土質研究室の毛利室長、東京大学大学院農学生命科の田中教授には多大なるご指導・ご協力を受けた。ここに深く感謝の意を表す。

【参考文献】

- 1) Siddiquee, M. S. A., Tanaka, T., Tatsuoka, F., Tani, K. and Morimoto, T. "Numerical simulation of bearing capacity characteristics of strip footing on sand", Soils and Foundations, Vol. 39, No. 4, pp. 93-109, 1999.
- 2) 田中忠次、阿部剛士、「斜面崩壊実験の弾塑性有限要素解析」、農業土木学会論文集、No. 237、pp. 21-30、2005
- 3) 田中忠次、「せん断帯を伴うひずみ軟化構成モデルと有限要素法による地盤の支持力解析」、農業土木学会論文集、No. 154、pp. 83-88、1991
- 4) 田中忠次、原田 大、増川 晋、「水平-鉛直方向の加振によるフィルダムの動的破壊挙動の検討」、農業土木学会講演会要旨集、pp. 548-549、2003
- 5) Okajima, K., Tanaka, T. and Mori, H. "Elasto-Plastic Finite Element Collapse Analysis of Retaining Wall by Excavation", Computational Mechanics New Frontiers for the New Millennium, Vol. 1, pp. 439-444, 2001.
- 6) 酒井俊典、田中忠次、阪上最一、「傾斜砂地盤におけるアンカー基礎の引揚げについて」、地盤工学会誌、第53巻、第7号、pp. 20-22、2005
- 7) Yoshida, T., Tatsuoka, F., Siddiquee, M. S. A. and Kamegai, Y. "Shear Banding in Sands Observed in Plane Strain Compression, Localization and Bifurcation", Theory for Soils and Rocks, Balkema, pp. 165-179, 1995.
- 8) Tatsuoka, F., Siddiquee, M. S. A., Park, C., Sakamoto, M. and Abe, F. "Modelling stress-strain relations of sand", Soils and Foundations, Vol. 33, No. 2, pp. 60-81, 1993.
- 9) Tatsuoka, F., Sakamoto, M., Kawamura, T. and Fukushima, S. "Strength and deformation characteristics of sand in plane strain compression at extremely low pressures", Soils and Foundations, Vol. 26, No. 1, pp. 65-84, 1986.