

# 係数励振を利用した制振技術の研究

## Study of Vibration Control Using Parametric Excitation

安井健治\* 小山慶樹\* 柳沼勝夫\*\* 川澄悠馬\*\*\*

### 要旨

構造物のパッシブな制振には、その固有振動数に同調させた付加マスを用いる動吸振器が使われることがある。この制振装置は構造物の固有振動数における制振効果は大きいものの、付加マスにより構成される新たな振動系の共振現象から逃れることはできない。そこで、この共振現象の発生を防ぐ新たな制振装置として係数励振の特性を応用した制振装置の研究に取り組んでいる。

振り子とねじり棒ばねを連結した制振装置を提案し、振動実験と応答解析によりその効果を確認したので報告する。

キーワード：係数励振、動吸振器、自由振動実験、起振実験、応答解析

### 1. まえがき

構造物の振動を抑えるために、動吸振器は様々な場所で利用されている。質量・ばね・減衰からなる多自由度系の構造物の固有振動数を特定し、その固有振動数に同調させた付加マスを大きく振動させることにより、構造物の振動エネルギーを吸収し制振効果を発揮する。

付加する1自由度系としては、大型スラブの上下振動対策にばねと重りを利用した例<sup>1)</sup>、高層建築物の風揺れ対策に振り子を利用した例<sup>2)</sup>等がある。

動吸振器の特性として、減衰定数  $h=0.01$  の振動モデル(主系)に対し、固有振動数比  $\alpha=1$ 、質量比  $\mu=0.05$ 、減衰定数  $h=0.05$  と  $h=0.10$  とした質点系を付加した時の振動数比(主系の固有振動数  $\omega_m$  と外力の振動数  $p$  の比)と応答倍率の関係を図-1に示す。主系の固有振動数 ( $\omega_m$ ) における制振効果は大きい(●)ものの、1質点系を付加することにより、新たに構成された2質点系の共振(▼)が見られる。

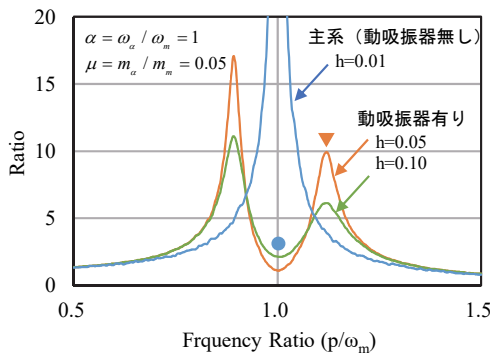


図-1 動吸振器を取り付けた主系の応答倍率

このような共振現象を防止することができる制振装置として係数励振の特性を利用した研究が、藪野ら<sup>3)</sup>によって行われている。

係数励振とは、通常は定数とされる振動系の係数(パラメータ)が周期的に変化することで起こる振動現象で、ばね-質量系では定数とされる質量やばね定数などの係数が周期的に変化するような場合に発生する。

係数励振の例として、公園などにあるブランコの1人乗りの揺らし方がある。外部からの補助なしに1人でブランコを漕ぐ動作は、立ち漕ぎの場合、上半身を上下させ、座り漕ぎの場合は足を上下させる動作を行う。これらは漕ぎ手の重心を上下させることに等しい。これをブランコと漕ぎ手をあわせた一体の系と考えると、振り子のロープの長さが短くなったり長くなったりすることに相当する。図-2に示すようにロープの長さで決まるブランコの固有振動数の2倍の振動数で重心の上下運動を行うことで、ブランコを大きく揺らすことができる。

そこで、筆者らは、この係数励振の特性を利用した新たな制振装置の研究に取り組むこととした。今回、係数励振の理論を取り入れた制振装置を考案し、簡易な振動模型に取り付けて振動実験を行い、あわせて制振装置と振動模型をモデル化したので報告する。

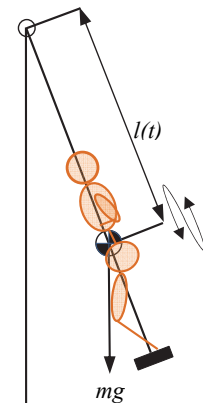


図-2 ブランコの物理モデル

\*技術研究所建築研究グループ \*\*技術研究所環境研究グループ \*\*\*技術研究所土木研究グループ

2. 係数励振を利用した制振装置と試験体の概要

2.1 係数励振を利用した制振装置の概要

係数励振を利用した制振装置の概要を図-3に示す。本装置は、上下方向に振動する主系に振り子を取り付けたもので、振り子の固有振動数を上下方向に振動する主系の固有振動数(2f)の1/2(f)に同調させる。この時、主系の上下方向の振動は振り子に働く重力加速度(g)が振り子の固有振動数の2倍で変動することに相当し、係数励振の特性により振り子の揺れを励起する。振り子が水平方向に1往復する間に上下方向に2往復することから、主系の上下方向の固有振動数と同調し、大きく振動することにより主系の振動を低減する。

振り子の固有振動数は主系の1/2であり、振動方向が直交しているため主系と連成することはない。したがって、振り子の揺れが励起される振動数帯域でのみ動作し、振り子の振幅が大きいほど応答低減効果が大きくなる。そのため、振り子の質量が小さくとも効果を発揮し、減衰は小さいほど望ましい。これは従来の動吸振器とは異なり、本制振装置の大きな特徴といえる。

ただし、振り子の初期位置が通常は主系の鉛直下方にあるため、主系の上下振動は振り子を振動させる方向に作用しない。振り子を作動させるためには、外部から刺激を与え振動を励起させる必要がある。

2.2 試験体の概要

試験体の概要を図-4に外観を写真-1に示す。制振装置の効果を確かめるため、主系の振動が大きくなるよう減衰が小さい両端ピン支持とした鋼製単純梁の中央に制振装置を取り付け、 piezoアクチュエータを用いて起振実験を行った。piezoアクチュエータと付加マスは、取り付けることができる範囲で、梁中央にできる限り近づけ、中央から70mmの位置に取り付けた。

2.3 制振装置の概要

制振装置の概要を図-4にあわせて示す。制振装置の固有振動数を幅広く設定できるように、振り子にねじり棒ばねを連結した。制振装置の固有振動数は、振り子の腕の長さ、振り子の質量とねじり棒ばねのねじり剛性により決まる。制振装置の固有振動数を梁の固有振動数の1/2に同調させるため、振り子の腕の長さを調整できるようにした。

制振対象となる梁とその付加質量の合計約4.9kgに対し、制振装置稼働部となる振り子の質量は0.065kgで約1/75の質量比となっている。制振装置の仕様を表-1に、試験体の質量を表-2に示す。

2.4 piezoアクチュエータの概要

試験体を加振するため上下方向の加振機として、piezoアクチュエータに0.395kgの付加マスを結合した。piezoアクチュエータは変位制御で加振することができ、

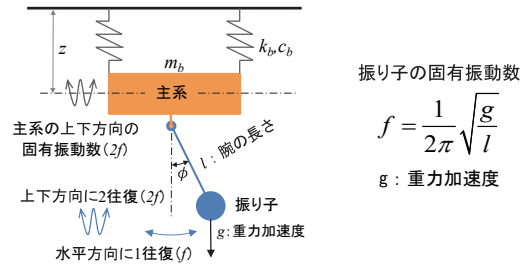


図-3 係数励振を利用した制振装置の概要

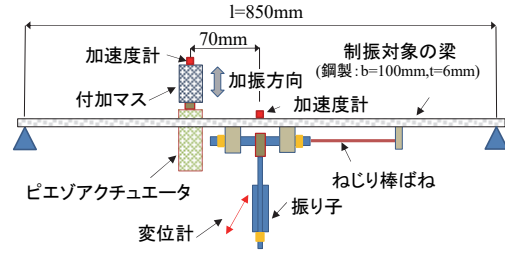


図-4 試験体の概要

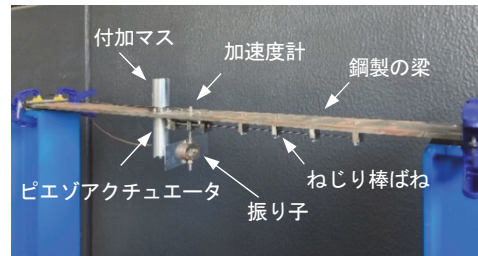


写真-1 試験体の外観

表-1 制振装置の仕様

名称	断面諸量	単位	諸量
ねじり棒ばね	直径	m	0.002
	長さ	m	0.250
	ねじり剛性	N・m <sup>2</sup>	0.462
振り子可動部	慣性モーメント	kg・m <sup>2</sup>	7.726×10 <sup>-5</sup>
	振り子の長さ	m	0.025~0.060
	質量	kg	0.065

表-2 試験体の質量

名称	質量(kg)
梁	3.978
piezoアクチュエータ	0.205
付加マス	0.395
制振装置(可動部以外)	0.224
制振装置稼働部	0.065

ファンクションジェネレータにより任意の振動数・変位の正弦波で梁を上下方向に加振する。

制御可能な変位は、制御信号0V~5Vに対し、応答変位0μm~80μmとなっており、オフセット電圧2.5Vを与え、±2.0Vの正弦波加振を基本とした。

2.5 計測概要

制振効果を確認するために梁中央部とpiezoアクチュエータに結合した付加マスに加速度計を、制振装置の動きを把握するために振り子の水平方向に変位計を配置した。加速度の計測には電荷出力型加速度計(質量:2g、感度:0.3pC/(mm/s<sup>2</sup>))、周波数範囲:fc~10kHz、最大加

速度：50,000m/s<sup>2</sup>)を、変位の計測には、非接触型の透過型レーザー変位計(測定幅 30mm、分解能 15μm)を用いた。

振り子の振れ角は、 $\sin \theta \approx \theta$  が成立する範囲で水平変位を振り子の腕の長さで除したものとした。

計測は、周波数分解能を 1/100Hz とするため 100 秒以上の計測とし、サンプリング周波数 655.36Hz、計測点数 65,536 点を基本とした。

### 3. 振動実験結果

#### 3.1 自由振動実験による同調結果

制振の対象となる梁の上下方向の固有振動数を把握するために自由振動実験を実施した。振り子を作動させない状態で梁中央部をインパルスハンマーで打撃し、加速度を計測した。梁には制振装置のほかピエゾアクチュエータと付加マスを取り付けている。100 秒間の計測の間に 5 回打撃した。

実験結果を図-5 (a)、(b)に示す。梁の振動は各回とも 10 秒以上継続し、固有振動数は 16.13Hz であった。

1 回目の自由振動波形から対数減衰率により減衰定数を評価した。図-5 に、フィッティング結果をあわせて

示す。減衰定数は、 $h=0.0022$  と評価された。

次に振り子の固有振動数を梁の固有振動数の 1/2 に同調させるため、振り子の自由振動実験を行った。振り子に強制変位を与えたのち解放し、振り子の変位を計測した。振り子の腕の長さを調整し、同調した後の実験結果を図-6 (a)~(d)に示す。

振り子に強制変位を与え自由振動をさせると、振り子の揺れが梁に対する起振力として作用し、梁の振動を励起した。振り子が揺れ始めるに従い、梁の振動が徐々に大きくなるが、振り子の振動が小さくなると、梁の振動も小さくなっている。振り子の振動は 5 秒程度で収束しているのに対し、梁の振動は 10 秒以降も継続している。

梁の固有振動数 16.13 Hz に対し、振り子の固有振動数は 8.06 Hz で梁の振動数の約 1/2 に調整できていることを確認した。梁の固有振動数は、自由振動実験結果と比べるとわずかに違うが、振幅レベルによるものと考えられる。

振り子の自由振動実験結果から、振り子、梁それぞれの減衰を対数減衰率により評価した。結果を図-6 (a)、(c)にあわせて示す。振り子の減衰定数は $h=0.014$ 、梁の減衰定数は、 $h=0.0024$  と評価された。

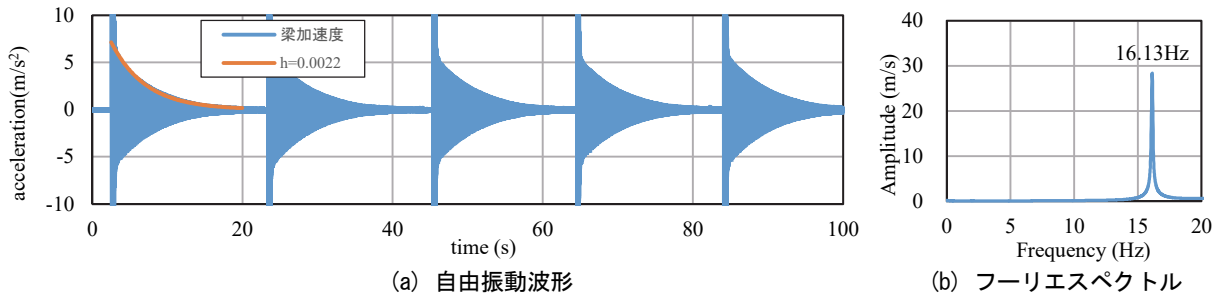


図-5 梁の自由振動実験結果

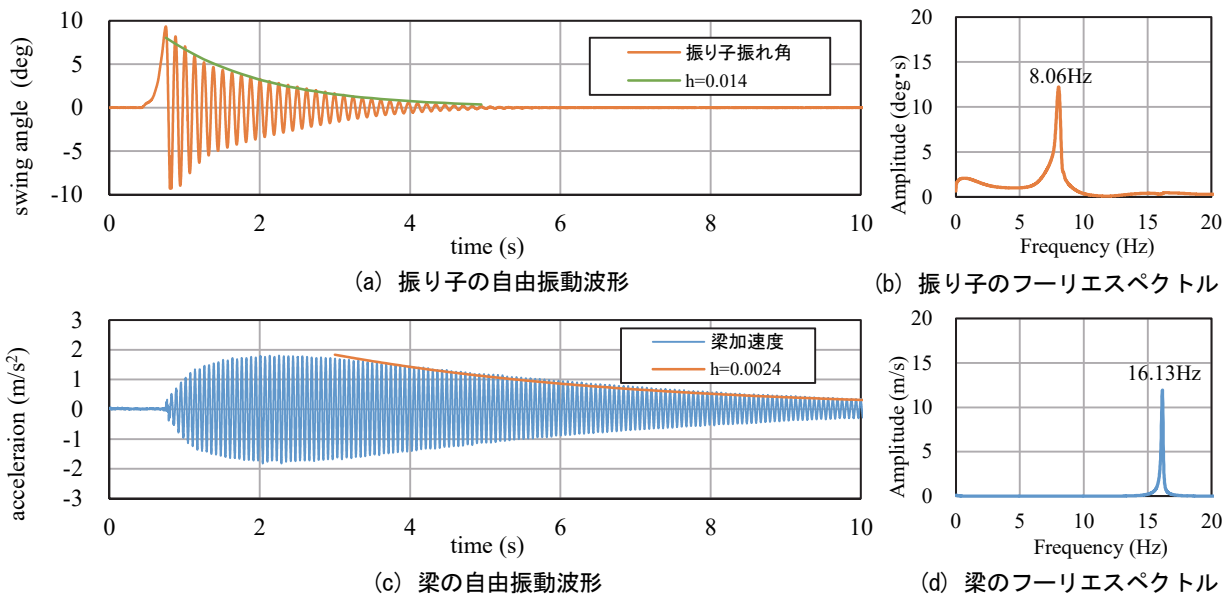


図-6 振り子の自由振動実験結果

### 3.2 起振実験による制振効果の確認

制振装置の制振効果を確認するためにピエゾアクチュエータを用いた起振実験を行った。

自由振動実験で得られた梁の固有振動数を考慮し、16.05Hz～16.30Hzの間を0.01Hz刻みで加振した。

計測は、加振振動数ごとに梁と振り子の振動が定常となったことを確認した後100秒間とした。

本装置は、完全に静止した状態では上下方向の振動のみでは作動しないため、振り子に外部からわずかな刺激を与え振動させた。また、主系の固有振動数を挟む一定の帯域でのみ作動し、それ以外の帯域では停止するため、振り子の振動が定常状態を維持した周波数範囲を「制振有り」とした。

制振効果を評価するため、梁の応答加速度とピエゾアクチュエータの付加マスの応答加速度の差分を梁への入力加速度とし、梁の応答加速度の入力加速度に対する応答倍率、位相差を求めた。算定には、各振動数における加速度波形のフーリエスペクトル値を用いた。

起振実験の結果を図-7に示す。(a)に応答倍率、(b)には位相差を、制振有り・無しをあわせて示す。

制振無しの場合、応答倍率は16.16Hzが最も大きく30.5倍となった。また、入力加速度に対する応答加速度の位相差もおおよそ90°のずれとなっていることから梁の固有振動数といえる。自由振動実験結果から評価された固有振動数とほぼ等しい。

応答倍率は固有振動数に対して左右対称ではなく、固有振動数より低い周波数では共振曲線の立ち上がりの勾配が大きく、固有振動数より高い周波数範囲では勾配が穏やかになっており、弱い非線形の性状を示している。

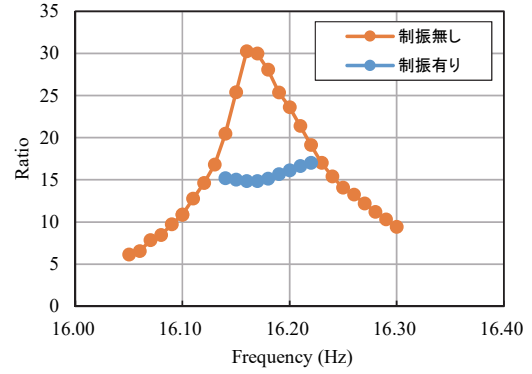
制振有りの場合、固有振動数における応答倍率は15倍程度であり、制振無しの場合に比べおおよそ1/2になっている。応答倍率は、固有振動数での倍率が最も小さく、加振振動数が固有振動数から離れるにつれ大きくなっている。本装置は、共振することにより効果を発揮し、同調した固有振動数の帯域以外では動作しないため、制振装置有りの主系の応答が制振装置無しの応答を超えるといった悪影響を与えることはない。

### 3.3 共振点における制振効果

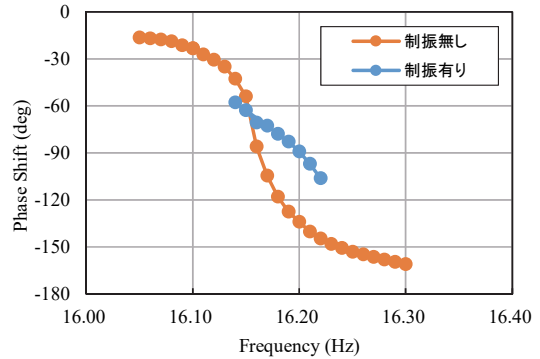
共振振動数16.16Hzに対し、ピエゾアクチュエータへの入力信号のレベルを変え(±1.75V[0.24m/s<sup>2</sup>]、±2.0V[0.29m/s<sup>2</sup>]、±2.25V[0.34m/s<sup>2</sup>])、制振効果を確認した。

入力加速度と梁の応答加速度の関係を図-8に示す。制振無しの場合、付加マスの加速度が大きくなるにつれて応答加速度が大きくなっている。一方、制振有りの場合は、入力加速度の増加に比べ応答加速度の増加は極めて小さい。

入力加速度と振り子の振れ角、入力加速度と制振有りの応答倍率をあわせて図-9に示す。入力加速度が大きくなるに従い、振り子の振れ角が大きくなることでより



(a) 加振振動数と応答倍率



(b) 加振振動数と入力加速度に対する応答加速度の位相差

図-7 起振実験結果

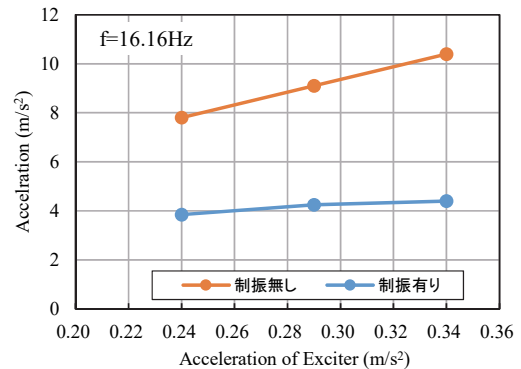


図-8 入力加速度と梁の応答加速度

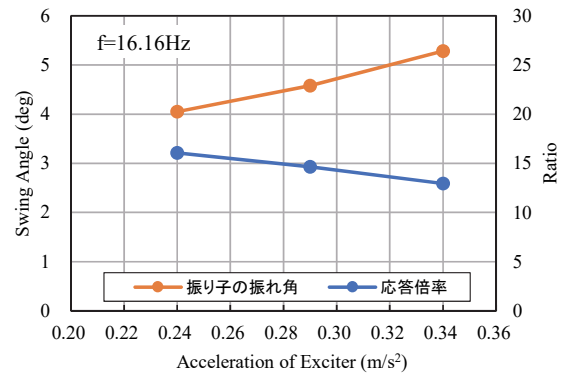


図-9 入力加速度と振り子の振れ角、応答倍率

大きな制振効果を発揮し、梁(主系)の応答倍率は小さくなっている。

#### 4. 制振装置のモデル化

##### 4.1 梁のモデル化

応答解析により、振動実験結果を検証する。振動実験に用いた梁を図-10 のようにモデル化した。梁を曲げとせん断を考慮した9要素に分割し、両端部はピン支承とした。制振装置の質量  $m_p$  と piezoアクチュエータと付加マスの質量  $m_d$  を質点に作用させた。このモデルの固有値解析では、1 次の固有振動数は 16.20Hz となり、共振曲線から求めた固有振動数 16.16Hz とほぼ一致した。

次に、応答解析の簡便化のため、梁を等価なばね-質点系モデルに置換する。

梁の等価質量を  $m_b$ 、梁の中央部の鉛直方向の変位を  $z$  とすると、梁の運動エネルギー  $T$  は、式(1)となる。

$$T = \frac{1}{2} m_b \dot{z}^2 \quad (1)$$

次に、図-11 に示すように、支点から  $x$  離れた位置の鉛直変位  $u$  は、式(2)と表せる。

$$u = z \left( \frac{3x}{l} - \frac{4x^3}{l^3} \right) \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \quad (2)$$

梁の断面積を  $A$ 、密度を  $\rho$  とすると、梁の運動エネルギー  $T$  は、式(3)となる。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (m_p + m_d) \dot{z}^2 + \frac{1}{2} \int_0^{l/2} 2\rho A \dot{u}^2 dx \\ &= \frac{1}{2} (m_p + m_d + \frac{17}{35} \rho A l) \dot{z}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)と式(3)から梁の等価質量  $m_b$  は、式(4)となる。

$$m_b = m_p + m_d + \frac{17}{35} \rho A l \quad (4)$$

式(4)から、梁の等価質量は 2.828kg と算定され、単純梁のばね定数は、 $k_b = 48EI/l^3$  より  $2.854 \times 10^4 \text{ kgs}^{-2}$  となることから、等価 1 質点系モデルの固有振動数 15.99Hz が得られる。これは、実験から得られた固有振動数よりわずかに小さいが、解析モデルにおける理想的なピン支持に比べて試験体の梁両端のピン支持の固定度が大きいため、ばね定数が解析モデルより大きくなったと推測される。

##### 4.2 piezoアクチュエータのモデル化

piezoアクチュエータは変位制御されていることから入力信号  $y$  から出力加速度  $y^*$  を、式(5)のように 2 次遅れ系でモデル化し、運動方程式に組み込む。要素実験から算出した時定数を表-3 に示す。

$$y^* = T_1 \ddot{y} + T_2 \dot{y} + y \quad (5)$$

##### 4.3 制振装置の運動方程式

制振装置が取り付けられた梁と制振装置を、質点モデルとしてモデル化する。モデル化したものを図-12 に、運動方程式を式(6)～式(8)に示す。

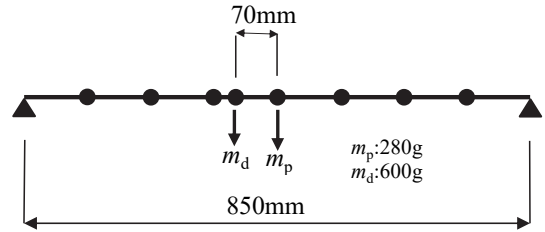


図-10 梁のモデル

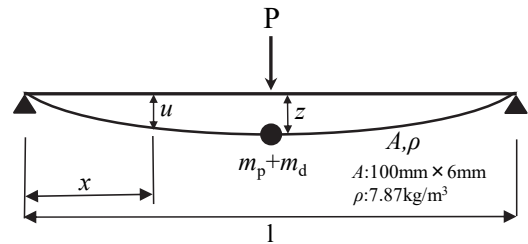


図-11 梁の変位

表-3 piezoアクチュエータの時定数

名称	時定数
$T_1$	$2.0 \times 10^{-6}$
$T_2$	$5.0 \times 10^{-4}$

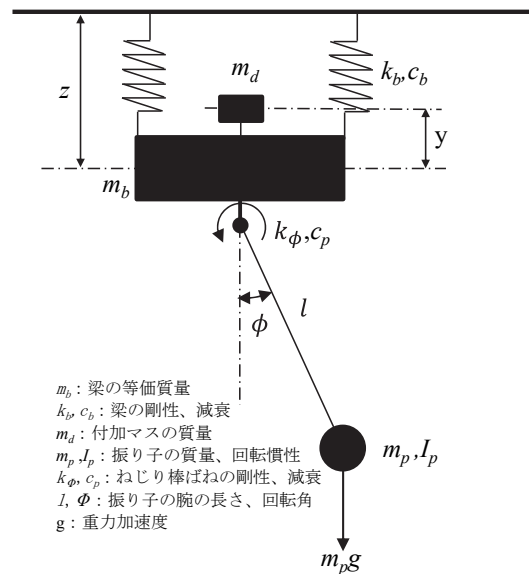


図-12 梁と制振装置のモデル化

$$\begin{cases} (m_b + m_p + m_d) \ddot{z} + c_b \dot{z} + k_b z \\ + m_p l \ddot{\phi} \sin \phi + m_p \dot{\phi}^2 \cos \phi \\ - \frac{m_d T_2}{T_1} \dot{y} - \frac{m_d}{T_1} y + \frac{m_d}{T_1} y^* = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$I_p \ddot{\phi} + m_p l \ddot{z} \sin \phi + c_p \dot{\phi} + m_p g l \sin \phi + k_\phi \phi = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{y} + \frac{T_2}{T_1} \dot{y} + \frac{1}{T_1} y - \frac{1}{T_1} y^* = 0 \quad (8)$$

式(6)は質点としてモデル化している梁の鉛直方向、式(7)は制振装置の振り子の回転方向、式(8)はピエゾアクチュエータの鉛直方向運動方程式である。

式(6)の  $m_p \ddot{\phi} \sin \phi$  と式(7)の  $m_p \ddot{z} \sin \phi$  が相互に作用し、梁の上下方向の振動が制振装置の振り子に入力されることにより梁の振動が小さくなる。

応答解析では、積分方法にNewmarkのβ法を適用し、積分ステップごとにNewton-Rapson法により状態量を求める。この時の状態量は  $x = (z, \phi, y, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{y}, \ddot{z}, \ddot{\phi}, \ddot{y})$  となる。

## 5. 応答解析結果

### 5.1 応答倍率

実験結果の応答解析では、解析モデルのばね定数を調整して、試験体との整合性を図った。固有振動数に対する振動数比と応答倍率の関係について、解析結果と実験結果をあわせて図-13に示す。

制振無しの固有振動数における応答倍率は約30倍であり、実験結果とほぼ一致していることから梁のモデル化は妥当と考えられる。一方、制振有りの応答倍率は振り子の動作範囲で15倍程度であり、制振動作範囲を含め実験結果をおおむね再現していることから、制振装置は適切にモデル化されていると考えられる。

しかし、解析結果は固有振動数においてほぼ対称な形状を示しており、実験結果が示す弱い非線形性を示すには、非線形性を考慮したモデル化が必要である。

### 5.2 減衰定数の検討

振り子の減衰が制振効果に与える影響を把握するため、減衰定数をパラメータに解析を行った。振動数比と応答倍率の関係を減衰定数ごとに図-14に示す。

制振装置無しの応答倍率30倍に対し、実験結果より得られた減衰定数  $h=0.014$  では約15倍、 $h=0.010$  では約10倍、 $h=0.005$  では約5倍と、減衰定数が小さくなるほど、制振効果(低減効果、低減範囲)が大きくなる事が確認できる。

## 6. まとめ

係数励振の特性を利用した制振装置を提案した。振り子とねじり棒ばねを連結した制振装置を用いた模型振動実験と応答解析により、以下に示す事項を確認した。

- i. 質量比 1/75 の制振装置により、新たな共振現象を起こすことなく、梁の応答が約 1/2 程度に低減する
- ii. 梁と制振装置を適切にモデル化した応答解析により、制振効果を精度よく評価することができる
- iii. 制振装置の減衰が小さいほど、制振効果(応答低減率・応答低減範囲)が大きい

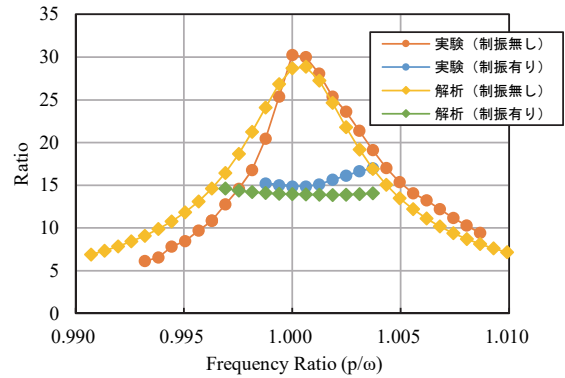


図-13 振動数比における応答倍率

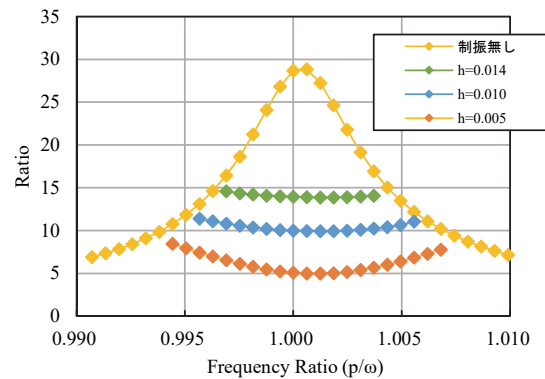


図-14 減衰定数と応答倍率

## 7. あとがき

係数励振の理論を応用した新しい制振装置の効果が確認できた。有害な共振応答を生じることが無く、極めて小さな質量比と減衰係数でも振幅レベルが大きくなるほど制振効果を発揮する特長がある。今後は、実用化を目指して装置の改善を図りたい。

### 【謝辞】

本研究の遂行にあたり、筑波大学 藪野 浩司教授に指導を戴いた。ここに記して感謝の意を表す。

### 【参考文献】

- 1) 柳沼勝夫、稲留康一、「床揺れ防止用制振装置の開発」、奥村組技術研究年報、No.34、pp. 141-146、2008
- 2) 大塚 将、岡 靖弘、早川邦夫、安井健治、舟山勇司、「転がり振り子による超高層建物の制振」、奥村組技術研究年報、No.16、pp. 103-108、1990
- 3) A. Shibata, S. Ohishi, H. Yabuno, 「Passive method for controlling the nonlinear characteristics in a parametrically excited hinged-hinged beam by the addition of a linear spring」、Journal of Sound and Vibration 350、pp. 111-122、2015